S E S ‘ 2 0 0 5

Scientific Conference “SPACE, ECOLOGY, SAFETY” with International Participation

10–13 June 2005, Varna, Bulgaria

МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА МОНОИМПУЛСНА СИСТЕМА ЗА ПОЛУАКТИВНО САМОНАСОЧВАНЕ

Георги Сотиров

Институт за космически изследвания – БАН, ул. Московска №6, 1000 София
gsotirov@space.bas.bg

MATHEMATICAL MODEL OF MONOPULSE SEMIACTIVE GUIDANCE SYSTEM

Georgi Sotirov

Space Research Institute, 6 Moskovska Str.
gsotirov@space.bas.bg

Key words: *mathematical model, mono-pulse system, semi-active guidance, semi-active missile*

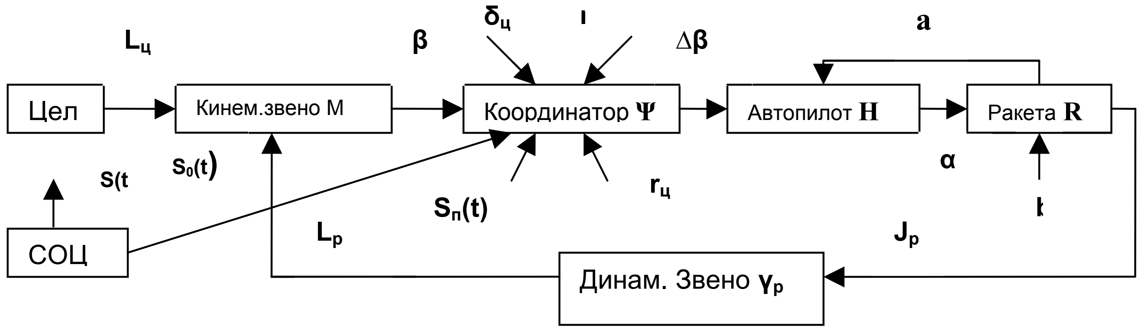
Abstract: *One kind of mathematical model of mono-pulse semi-active guidance system is considered. The structure and models of different subsystems and blocks are presented. Presented model gives possibilities to investigate system in different conditions including electronic countermeasure capabilities.*

Радиотехническите системи за самонасочване, които използват отразени или излъчвани от дадения обект сигнали, намират широко приложение за управлението на ракети в съвременните зенитно-ракетни комплески (ЗРК). При това самонасочващите се зенитни управляеми ракети (ЗУР) имат висока точност даже по високоскоростни и маневрени цели [3,4,8].

Сред различните системи за самонасочване, системите за полуактивно самонасочване осигуряват възможност за насочване на големи дистанции, тъй като източникът на облъчване (станцията за облъчване на целта – СОЦ) се намира извън ЗУР и затова и често се използват.

Отчитайки широкото използване на системите за полуактивно насочване интерес представлява да бъде разработен математичен модел, позволяващ да бъде изследвана тяхната шумоустойчивост. Въпросите на матеманичното моделиране на радиотехнически системи и в частност на системи за самонасочване се разглеждат в редица работи [1,2,7,8], където е направен анализ на използваните методи и оценка на тяхната ефективност.

В най-общия случай системата за полуактивно самонасочване може да се представи като нелинейна многозвенна система за автоматично управление, блоковата схема на която е представена на фиг.1



фиг.1

Тя включва цел, описвана с оператора Lц, кинематично звено M, координатор Ψ, авто-пилот H, ракета R, динамичното звено на ракетата $\gamma_ц$ и СОЦ. На изхода на кинематичното звено, свързващо параметрите на движение на целта и ракетата се формира преместването на линията на визиране ракета-цел, която може да бъде записана в операторен вид

(1) $\quad \boldsymbol{\beta = M\ [L_ц, L_р],}$

където β е параметър на ръзсъгласуване, а Lц и Lр са траекториите на движение на целта и ракета.

Ъгловото преместване на линията на визиране се измерва от координатора (глава за самоносочване – ГСН). В координатора влизат системи за автоматично съпровождане по ъглови координати (АСН) и скорост (АСС), (или далечина (АСД)), които определят значението на параметрите на разсъгласуване. Координаторът реагира не само на относителното движение на раскета и целта, но и собственото движение на ракетата.

Тъй като ГСН се описва с помощта на оператора Ψ, то за сигналите на неговия изход имаме

(2) $\quad \boldsymbol{\Delta\beta = \Psi\ [\varepsilon, S_0(t), \delta_{цi}, \Sigma S_{пi}(t), r, r_ц]}$

В (2) операторите $S_0(t)$, $\delta_{цi}$, $\Sigma S_{пi}(t)$, r, $r_ц$ отчитат влиянието на сигнала на облъчване, характеристиките на отрежение на целите, възможните смущения, а така също взаимното преместване на ракетата и целта.

По нататък сигналът на управление Δβ преминава през звената автопилот и ракета, където на изхода се получава ускорението на ракетата $J_р$ и в операторен вид можем да запишем

(3) $\quad \boldsymbol{\alpha = H\ [\Delta\beta, a],}$

(4) $\quad \boldsymbol{J_р = R\ [\alpha, b],}$

Операторите a и b включени в (3) и (4) отчитат обратните връзки за стабилизация на параметрите на звеното автопилот ракета, а също и въздействащите сили на ракетата.

Полученото ускорение на ракетата J_p се трансформира в координатите на ракетата чрез динамичното звено на ракетата γ_p

(5) $$\mathbf{L_p = \gamma_p J_p}$$

С цел изследване на шумоустойчивостта на системата за насочване, чрез въздействие на смущения върху ГСН не е необходимо да бъдат моделирани в пълен обем всички блокове от функционалната схема представена на фиг.1.

В дадения случай ГСН и СОЦ е целесъобрзно да бъдат представени с достатъчно пълни математически модили на моноимпулсни система за АСН, тъй като смущенията, въздействащи на каналите за АСС и АСД не винаги са достатъчно ефективни, а ъгломерният канал се явава основен в системите за самонасочване. Освен това представения модел трябва да отчита текущото отклонение на ракетата от целта, което е избрано в качеството на критерий за оценка точността на полуактивната система за самонасочване на ракетата.

1. Математечен модел на целта.

В разглеждания случай за самонасочващата се ЗУР цел или цели се явяват самолет или група самолети, които представляват сложна динамична система. При построяването на модела на целта (целите) особено внимание се отделя на избора на удобна координатна система и ще считаме, че движението на целта се извършва в нормална земна координатна система (НЗКС), където началото на системата е фиксирано в точката на пуск на ракетата.

В съотвествие с избраната координатна система за движението на целта можем да използваме модел във вид на следните рекурентни зависимости

(6) $$\mathbf{L_ц(x,y,z)_i = L_ц(x,y,z)_{i-1} + V_ц(x,y,z)_{i-1}\,\Delta t}\ ,$$

където $L_ц(x,y,z)_{i-1}$ и $V_ц(x,y,z)_{i-1}$ са координати на съставящи на скоростта на целта съответно по осите X,Z,Y в i-1 момент от време, а Δt - времето на дискритизация.

Нека предположим, че целта извършва маньовър само в хоризонтална равнина т.е. $V_{цy}$ = const. Тогава останалите съставляващи на скоростта можем да определим като

(7) $$\mathbf{V_{цxi} = (V^2 - V_{цy}^2 - V_{цzi}^2)^{1/2}}$$
$$\mathbf{V_{цzi} = V_{цzi-1} + \Delta V_{цzi-1}}$$

В (7) значенията на $V_{цxi}$ и $V_{цzi}$ могат да се определят със зависимостите [10]

(8) $$\mathbf{V = (V_{цx0}^2 + V_{цy0}^2 + V_{цz0}^2)^{1/2},}$$
$$\mathbf{\Delta V_{цzi} = \Delta V_{цzi-1} + A_{цzi-1}\Delta t,}$$
$$\mathbf{A_{цzi} = 9.8 \sin(\omega \Delta t),}$$
$$\mathbf{\omega = V/R_w\ ,}$$
$$\mathbf{R_w = V^2 / (9.8(n_п^2 - 1)^{1/2}),}$$

където:$V_{цx0}$, $V_{цy0,}V_{цz0}$ са съставящи на скоростта на целта в началния момент; $A_{цz}$ – ускорение на целта по оста Z; ω – ъглова скорост на целта при маньовър; R_w - радиус на виража; $n_п$ – претоварване на целта при маньовър.

2. Математечен модел на ракетата.

Движението на ракетата, както ина целта считаме, че извършва в избраната НЗКС. С цел опростяване на математичния модел предполагаме,че инерциалното система, монтирана на ракетата е идеална, което позволява да бъдат пренебрагнати грешките от измерванията на собствените координати.

Ако приемем, че съставящите на нормалното ускорение на ракетата на изхода на инерциалната система са в НЗКС, то за съставящите на скоростта в същата координатна система ще имаме

(9) $$\mathbf{V_{p(x,y,z)i} = V_{p(x,y,z)i-1} + J_{(x,y,z)i-1}\, \Delta t},$$

а за координатите на ракетата

(10) $$\mathbf{L_{p(x,y,z)i} = L_{p(x,y,z)i-1} + V_{p(x,y,z)i-1}\, \Delta t + J_{(x,y,z)i-1}\, \Delta t^2/2},$$

където: $L_{p(x,y,z)i-1}$,$V_{p(x,y,z)i-1}$, $J_{(x,y,z)i-1}$ са съставящите на координатите, скоростта и нормалното ускорение на ракетата по трите оси X, Z,Y в i-1 момент от време.

За да използуваме (9) и (10) е необходимо да се определят съставящите на нормалното ускорение J(x,y,z). В [10] е показано, че

(11) $$\begin{aligned} \mathbf{J_{xi}} &= \mathbf{-\cos\varphi_{pi}\sin\theta_{pi}J_{\varepsilon i} - \sin\varphi_{pi}J_{vi}} \\ \mathbf{J_{yi}} &= \mathbf{\cos\theta_{pi}J_{\varepsilon i}} \\ \mathbf{J_{zi}} &= \mathbf{\sin\varphi_{pi}\sin\theta_{pi}J_{\varepsilon i} - \cos\varphi_{pi}J_{vi}}, \end{aligned}$$

където: J_ε и J_v са съставящи на нормалното ускорение на ракетата в равнините по азимут и ъгъл на място; φ_p и θ_p са ъглите ,определящи направлението на вектора на скоростта на ракетата в нормална координатна система, които могат да бъдат определени чрез зависимостите

(12) $$\begin{aligned} \mathbf{\varphi_p} &= \mathbf{arctg\,(-V_{pzi} / V_{pxi})} \\ \mathbf{\theta_p} &= \mathbf{arctg\,(-V_{pyi} / (V_{pxi}^2 + V_{pzi}^2)^{1/2})} \end{aligned}$$

3. Математичен модел на кинематичното звено

Математичният на кинематичното звено може да бъде формиран на базата на уравнение (1), описващо в операторен вид кинематичните съотношения в процеса на насочване, където параметърът на разсъгласуване β съответствува на ъглите на визиране на линията ракета - цел по азимут и ъгъл на място.

Траекторията на движение на целта $L_ц$ и ракетат L_p в произволно взет момент от време се определя от векторите $\vec{r}_ц$ и $\vec{r}_p$ и съответно знаейки координатите на целта и ракетата (6) , (10) и съставящите на техните скорости (7) , (9) можем да определим :

- относителното разстояние ракета – цел

(13) $$\mathbf{d_{pцi} = ((L_{цxi} - L_{pxi})^2 + (L_{цyi} - L_{pyi})^2 + (L_{цzi} - L_{pzi})^2)^{1/2}},$$

- относителната скорост на сближаване $V_{сбл.i}$

(14) $$\mathbf{V_{сбл.i} = ((V_{цxi} - V_{pxi})^2 + (V_{цyi} - V_{pyi})^2 + (V_{цzi} - V_{pzi})^2)^{1/2}},$$

- ъглите на визиране на линията ракета - цел

(15) $$E = \mathrm{arctg}\,(-(L_{цzi} - L_{pzi}) / (L_{цxi} - L_{pxi}))$$
$$H = \mathrm{arctg}\,((L_{цyi} - L_{pyi}) / ((L_{цxi} - L_{pxi})^2 + (L_{цzi} - L_{pzi})^2)^{1/2})$$

За оценка точността на насочване може да бъде избрано текущото разстояние на ракетата до целта, значението на което може да бъде определено като [3-5,8,11]

(16) $$h = \sin \mu_i . d_{рцi} ,$$

където μ е ъгълът между вектора на относителната скорост и линията на визиране ракета-цел.

Ъгълът μ между два вектора можем да определим съгласно [6] като

(17) $$\cos\mu = [(L_{цx} - L_{px})(V_{цx} - V_{px}) + (L_{цy} - L_{py})(V_{цy} - V_{py}) + (L_{цz} - L_{pz})(V_{цz} - V_{pz})] / V_{сбл.} d_{рц}$$

и отчитайки, че

$$\sin \mu = (1 - \cos^2\mu)^{1/2} ,$$

то с помощта на (13), (14) и (17) можем да изчислим текущото разстояние h.

4. Математичен модел на координатора (ГСН)

За създаване на математичен модел на координатора ще използуваме равенство (2), описващо в операторен вид всички въздействия на координатора и преобразуването на сигнала на изхода на кинематичното звено β в сигнал на разсъгласуване Δβ. Тъй като самонасочващата се ЗУР ще действа по високоскоростни маневрени цели, то в качеството на метод за насочване е целесъобразно да бъде избран метода на пропорционална навигация. За този метод сигналът на разсъгласуване се определя като [4,8]

(18) $$\Delta\beta = N_0 V_{сбл.} \dot{\beta} - J_\beta ,$$

където индекс β означава един от ъглите на визиране; N_0 – навигационна константа; $\dot{\beta}$ – ъглова скорост на линията на визиране; J_β – нормално ускорение в една от равнините. За такива системи съгласно [4] $N_0 = 3 – 5$.

Съгласно (18) в състава на координатора трябва да влизат измерители на следните параметри: ъглова скорост на линията на визиране, скорост на сближаване на ракетата с целта и нормално ускорение, развивано от ракетата.

Ъгловата скорост на линията на визиране се измерва с помоща на система за автоматично следене по направление (АСН) и най-често се използуват ъгломерни устройства с позиционна корекция и силова стабилизация или със скоростна корекция [4,8]. Ъгломерното устройство със силова стабилизация осигурява добра развръзка на антената от колебанията на корпуса на ракетата, но то се използува само при малогабаритни антени. Затова ще използуваме угломерно устройство със скоростна корекция [8], системата за стабилизация на което не налага твърди ограничения относно габаритите и масата на антената. В състава на ъгломерното устройство със скоростна корекция влизат: пеленгационно устройство (ПУ), датчик на ъглова скорост (ДЪС), усилвател на мощност, двигател на антената и изчислител. При скоростна корекция датчик на корегиращ сигнал се явява скоростният жироскоп (ДЪС), който се монтира на антената. Съгналът от ДЪС се сумира със сигнала на ръзсъгласуване на входа на пеленгатора и сумарният сигнал се подава на усилвателя на мощност и двигателя за въртене на антената. На изхода на изчислителя се получава напрежение, пропорцио-нално на ъгловата скорост на линията на визиране.

ПУ за насочване на ракетата е с моноимпулсна обработка на сигнала. За нашия случай избираме сумарно-разликово амплитудно ПУ с четири сумарно – разликови устройства. Сигналите, приети от антената така се сумират и извъждат, че на тяхните изходи се получават необходимите напрежения по азимут E_{ε}, ъгъл на място E_{v} и сумарен сигнал - E_{Σ}. Тези напрежения постъпват в съответните канали, които включват: смесител, хетеродин, усилвател на междинна честота (УМЧ). По-нататък сигналите преминават през фазови детектори ($ФД_{\varepsilon}$), ($ФД_{v}$), филтри ($Ф_{\varepsilon}$), ($Ф_{v}$) и с помощта на двигатели ($ДВ_{\varepsilon}$), ($ДВ_{v}$), управляват положението на равносигналното направление на антената. За намаляване на зависимостта на изходния сигнал от входния се използува система за автоматично регулиране на усилване (АРУ).

4.1. Антена

За антената на ПУ можем да използуваме следния математичен модел [1]. Отчитайки взаимното положение на максимумите Bi (i =1,4) на диаграмата за насоченост $F(\varepsilon,v)$ положението на целта и проекциите на равносигналното направление в ъглови координати ε и v, като всички максимуми са изместени съответно на ε_i и v_i.

Тогава ъгловото положение на целта относно всеки от максимумите B на диаграмата на насоченост на антената може да се определи със следната зависимост, която се явява модулираща функция за всеки от каналите на ПУ

$$q_i = ((\varepsilon_i - \varepsilon_ц)^2 + (v_i - v_ц)^2)^{1/2} \qquad (19)$$

където $\varepsilon_ц$ и $v_ц$ е ъгловото положение на целта

При моделирането на антени най-често се използуват следните функции, апроксимиращи диаграмата на насоченост на антената: EXP, SINX/X, функция на Бесел – Jn(X) и др.

С цел осигуряване на ниско ниво на страничните листа на диаграмата на насоченост на антената на ПУ избираме апроксимираща функция от вида

$$F(\varepsilon,v) = \sin x/x,$$

където $x = \pi d \sin q_i/\lambda$; d – диаметър на антената; λ – дължина на вълната.

4.2. Приемник

За определяне на сигналите можем да използваме метода на обвиващите, който се явява твърде ефективен за намаляване обема на изчисленията при цифрово моделиране на избирателни системи [2]. Този метод позволява да се сведе преобразуването на тесноленови процеси при тяхното преминаване през избирателни линейни системи към преобразуването на бавноизменящи се комплексни амплитуди.

Тогава за съставящите на отразения сигнал на изходите на сумарто-разликовите устройства можем да запишем

$$e_{\varepsilon}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_{\varepsilon}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n) s_n(t) \qquad (20)$$

$$e_v(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_v(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n) s_n(t)$$

$$e_\Sigma(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_\Sigma(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n) s_n(t),$$

където: n – номер на целта; $N_ц$ – количество на целите; $F_\varepsilon(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)$, $F_v(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)$, $F_\Sigma(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)$ – диаграми на насоченост на антената на ПУ в съответните направления;
$s_n(t) = S_n\cos[\omega_0 t + \varphi_n(t)]$ – отразен от n - та цел сигнал.

Амплитудата на отразения от целта сигнал на входа на приемника на ПУ можем да определим чрез уравнението на радиолокацията [3,9,11]

(21) $$S_n = [P_{соц}G_{соц}F^2_\Sigma(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)\delta_ц A_{гсн}/16\pi^2 d_ц^2 d_{рц}^2]^{1/2},$$

където: $P_{соц}$ – средна мощност на СОЦ; $G_{соц}$ – коефициент на усилване на антената на ПУ; $\delta_ц$ – ефективна отразяваща повърхност на антената; $A_{гсн}$ – ефективна площ на антената на ПУ; $d_ц$ и $d_{рц}$ разстояния съответно от СОЦ до целта и от ракетата до целта.

Използването на метода на обвиващите дава възможност да се изключи от разглеждане носещата честота ω_0 и тогава комплексните амплитуди на сигнала на изходите на сумарно-разликовите устройства ще имат вида

(22) $$E_\beta(t) = E_{1\beta}(t) + jE_{2\beta}(t)$$

$$E_\Sigma(t) = E_{1\Sigma}(t) + jE_{2\Sigma}(t),$$

където: $E_{1\beta}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_\beta(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)S_n\cos\varphi_n(t)$; $E_{2\beta}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_\beta(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)S_n\sin\varphi_n(t)$;

$E_{1\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_\beta(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)S_n\cos\varphi_n(t)$; $E_{2\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_\beta(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)S_n\cos\varphi_n(t)$;

Замествайки $t = i\Delta t$ и означавайки $E_\beta(t) = E_\beta(i\Delta t) = E_{\beta i}$ можем да запишем

(23) $$E_{\beta i} = E_{1\beta i} + jE_{2\beta i}$$

$$E_{\Sigma i} = E_{1\Sigma i} + jE_{2\Sigma i},$$

В реалните приемници винаг присъства вътрешен шум и тогава на входа на избирателната система (УМЧ) сумата от сигнала и вътрешния шум ще бъде

(24) $$U_{\beta i} = [E_{1\beta i} + \zeta_{1i}] + j[E_{2\beta i} + \zeta_{2i}]$$

$$E_{\Sigma i} = [E_{1\Sigma i} + \zeta_{1i}] + j[E_{2\Sigma i} + \zeta_{2i}]$$

В (24) ζ_{1i} и ζ_{2i} са независими случайни величини с финкция на разпределение по нормален закон.

Комплексната амплитуда на сигнала на изхода на УМЧ може да бъде намерена с помощта на рекурентния алгоритъм [2]

$$(25) \qquad \mathbf{V_{\beta i} = \sum_{l=0}^{L} a_l U_{\beta(i-l)} - \sum_{m=1}^{M} b_m V_{\beta(i-m)}},$$

където: a_l и b_m са коефициенти на предавателната функция на линейната система

$$\mathbf{W(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots\ldots. + a_L z^{-L} / 1 + b_1 z^{-1} + \ldots\ldots. + b_M z^{-M}}$$

В качеството на модел на УМЧ можем да вземем едностъпалан усилвател с двукръгов лентов филтър с оптимална връзка между кръговете с предавателна функция [2]

$$(26) \qquad \mathbf{W(z) = a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} / 1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}},$$

където: $\mathbf{a_1 = 1 - e^{-\Delta\omega}(\sin\Delta\omega + \cos\Delta\omega); a_2 = e^{-\Delta\omega}(e^{-\Delta\omega} + \sin\Delta\omega + \cos\Delta\omega);}$

$\mathbf{b_1 = -2e^{-\Delta\omega}\cos\Delta\omega); b_2 = e^{-2\Delta\omega}; \Delta\omega = 2\pi\Delta f_{умч};}$

$\mathbf{\Delta f_{умч}}$ – лентата на пропускане на единия кръг на ниво 0.7.

Отчитайки ограничението в динамичния диапазон на реалните приемници за сигнала на изхода на УМЧ ще получим

$$\mathbf{V_{\beta i}} = \begin{cases} \mathbf{V_{\beta i}'} & \mathbf{[\, V_{\beta i}' \,] < V_{\beta max}} \\ \mathbf{V_{\beta max}} & \mathbf{[\, V_{\beta i}' \,] > V_{\beta max},} \end{cases}$$

Когато целта е единична, то $\varphi_1 = 0$, което съответствува че целта се съпровожда точно по скорост. Ако $N_ц > 1$, то

$$\mathbf{\varphi_{ni} = 2\pi\Delta f_{ni},}$$

където $\Delta f_{ni} = 2(V_{сбл.1i} - V_{сбл.ni})/\lambda$; $V_{сбл.ni}$ – скорости на сближение на ракетас целите. По такъв начин се получава,че при пуск на ракета по групова цел стробът на скоростта точно следи честотата на отразения сигнал от първата цел, а сигналите от останалите цели могат да бъдат филтрирани от модела на УМЧ. За да се отстрани това, считаме, че сигналите от всички цели попадат в строба на скоростта т.е $\varphi_{ni} = 0$. Това дава възможност значително да се опрости алгоритъма на функциониране на ПУ, тъй като една от квадратурните съставящи на сигнала (синусната) става равна на 0.

Функционирането на системата за АРУ ще опишем със следния алгоритъм [7]. Комплексната амплитуда на сигнала на изхода на усилвателя с регулируем коефициент на усилване (УМЧ) ще бъде

$$(26) \qquad \mathbf{V_{\beta i}} = \dot{k}_{apyi-1} \mathbf{V_{\Sigma i}},$$

където: k_{apyi-1} – коефициент на регулиране усилването в i-1 момент от време. Това напрежение се детектира от квадратичен детектор по амплитуда и след това постъпва на еднозвенен филтър, на изхода на който се получава регулиращо напрежение

(27) $\mathbf{U_{pi} = \dot{V}^2_{\beta i}\Delta t/T_{apy} + U_{pi-1}e^{-\Delta t/Tapy}}$,

където T_{apy} е времеконстанта на филтъра на АРУ.

Ако приемем регулировъчната характеристика на системата за АРУ експоненциална, то за коефициента за регулиране на усилването на УМЧ ще имаме [7]

(28) $\mathbf{k_{apyi} = k_0 e^{-\alpha Upi}}$,

където: k_0 – коефициент на рагулиране на усилването при отсъствие на сигнал; α – параметър на регулиращата характеристика.

Сигналите след УМЧ се подават на фазови детектори $ФД_\varepsilon$ и $ФД_v$, които могат да се реализарат със помощта на следния математичен модел [2]

(29) $\mathbf{U_{д\beta i} = ½ Re[\dot{V}_{\Sigma i} \dot{V}^*_{\beta i}]}$,

където: $\dot{V}^*_{\beta i}$ - е комплексно-спрегнатата величина на $\dot{V}_{\beta i}$. Във връзка с допускането, че една от квадратурните съставящи е 0, то за напреженията на изхода на ФД имаме

$$\mathbf{U_{д\beta i} = ½\dot{V}_{\Sigma i}\dot{V}_{\beta i}},$$

Напреженията $U_{д\beta i}$ преминават през филтри $Ф_\beta$ с времеконстанта $T_ф$, през двигателите $Дв_\beta$ управляват положението на равносигналното направление (РСН) на антената на ПУ.

(30) $\mathbf{\beta_{рнсi} = \beta_{рнсi-1} + k_{дв}U_{ф\beta i}\,\Delta t}$,

където: $k_{дв}$ е коефициентът на предаване на двигателя на антената.

Сигналът от изхода на филтъра на фазовия детектор, пропорционален на ъгловата скорост на линията на визиране се подава също на изглаждащ филтър с предавателна функция

(31) $\mathbf{W_\beta (p) = 1/ (T_w +1)}$,

където: T_w - времеконстанта на изглаждащия филтър. За системи от разглеждания тип $T_w = 0.2$ [10]

Използвайки математичен модел на базата метода на Z- преобразуване за апериодично звено за сигнала на изхода на филтъра ще получим следното рекурентно отношение

(32) $\mathbf{A_{\beta i} = \Delta t U_{ф\beta i}/ T_w + (T_{w} - \Delta t)A_{\beta i-2}/\Delta t}$,

Този сигнал постъпва в звеното автопилот – ракета, където се намира изчислителят на сигнала на разсъгласуване и ако $N_ц = 1$ ще получим

$$\mathbf{\Delta\beta_i = N_0 V_{сбл.} A_{\beta i} - J_{\beta i}}$$

В случай, че $N_ц > 1$

$$\Delta\boldsymbol{\beta}_i = \mathbf{N_0V_{ср.}\,A}_{\beta i} - \mathbf{J}_{\beta i},$$

където: $V_{ср}$ – средната скорост на сближение на ракетата с групова цел , която се определя като

$$\mathbf{V_{ср}} = \sum_{n=1}^{N_ц} \mathbf{V_{сбл.n}/\,N_{ц.}}$$

5. Математичен модел на звеното автопилот – ракета.

В [1,4] при редица допускания е показано, че динамичният модел на звеното автопилот- ракета могже да бъде описано с помощта на колеботелно звено, свързващо нормалното ускорение, развивано от ракетата J_β и сигнала на разсъгласуване $\Delta\beta$

$$\mathbf{J_\beta = W_{ap}(p)\Delta\boldsymbol{\beta}} \tag{33}$$

За предавателната функция на колебателното звено можем да запишем

$$\mathbf{W_{ap}(p) = k_{ap}/(T^2_{ap}p^2 + 2\zeta_{ap}T_{ap}p + 1)},$$

където: T_{ap} – еквивалентна времеконстанта на звеното автопилот – ракета; ζ_{ap} – коефициент на демпфиране; k_{ap} – коефициент на усилване на звеното в установен режим. За разглеждания тип ракети съгласно [4] $T_{ap} = (0.1\text{-}0.4)$, $\zeta_{ap} = (0.4 - 0.6)$, $k_{ap} = 1$.

Използвайки модел на колебателно звено със Z – преобразуване [2,7] можем да получим следното рекурентно отношение свързващо нормалното ускорение на ракетата със сигнала на разсъгласуване

$$\mathbf{J_{\beta i} = k_{ap}a_1(\Delta\boldsymbol{\beta}_{i-1} + \Delta\boldsymbol{\beta}_{i-2}) - b_1J_{\beta i-1} - b_2J_{\beta i-2}}, \tag{34}$$

където: $\Delta\beta_{i-1}$, $\Delta\beta_{i-2}$, $J_{\beta i-1}$, $J_{\beta i-2}$ са съответно сигнал на разсъгласуване и нормално ускорение в i-1 и i-2 момент от време.

В (34) $a_1 = \Delta t^2/2T^2_{ap}$, $b_1 = (\Delta t^2 + 4\zeta_{ap}T_{ap}\Delta t - 4T_{ap}^2)/\,2T_{ap}^2$, $b_2 = (\Delta t^2 + 4\zeta_{ap}T_{ap}\Delta t + 2T_{ap}^2)/\,2T_{ap}^2$.

Нормалното ускорение, развивано от ракетата обикновено се ограничава, за да се предотврати нейното разрушаване и за да отчетем това въвеждаме ограниния, които имат вида

$$\mathbf{J_{\beta i}} = \left|\begin{array}{ll} \mathbf{J_{\beta i}'} & \mathbf{[J_{\beta i}'] < J_{\beta max}} \\ \mathbf{J_{\beta max}} & \mathbf{[J_{\beta i}'] > J_{\beta max},} \end{array}\right.$$

По такъв начин определяйки съставящите на нормалното ускорение се затваря функционалната схема на насочване на ракетата на целта.

6. Математичен модел на на СОЦ.

СОЦ може да се моделира аналогично на ПУ на координатора. Разликата сес състои в това, че при определяне на сигналите на входа на нейния приемник трябва да се въведа диаграмота на насоченост на антената на СОЦ и съгласно (20) ще имаме

(35) $$e_{спцε}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_{спцε}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)s_n^{'}(t)$$

$$e_{спцv}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_{спцv}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)s_n^{'}(t)$$

$$e_{спцΣ}(t) = \sum_{n=1}^{N_ц} F_{спцΣ}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)s_n^{'}(t)\ ,$$

където: n – номер на целта; $N_ц$ – количество на целите; $F_{спцε}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)$, $F_{спцv}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)$, $F_{спцΣ}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)$ – диаграми на насоченост на антената на СОЦ в съответните направления; $s_n^{'}(t) = S_n^{'}\cos[\omega_0 t + \varphi_n^{'}(t)]$ – отразен от n - та цел сигнал.

Амплитудата на отразения от целта сигнал на входа на приемника на СОЦ можем да определим чрез (21)

(36) $$S_n^{'} = [P_{соц}G_{соц}F^2_{Σ}(\Delta\varepsilon_n,\Delta v_n)\delta_ц A_{соц}/16\pi^2 d_ц^4]^{1/2},$$

където: $P_{соц}$ – средна мощност на СОЦ; $G_{соц}$ – коефициент на усилване на антената на СОЦ; $\delta_ц$ – ефективна отразяваща повърхност на антената; $A_{соц}$ – ефективна площ на антената на ПУ; $d_ц$ - разстояние СОЦ до целта.

Представеният математечен модел на функциониране на моноимпулсна система за самонасочване позволява да бъде изследван процеса на насочване на ракетата по избрания критерий и да се контролира състоянието на системата във всеки момент и всяка точка на системата. Пускът на ракетата може да се осъществява при различни тактически ситуации и различни реализации както на полезния сигнал, вътрешните шумове, а така също и на смущения, което позволява статистическа обработка на резултатите и оценка ефективността на системата при създаване на радиоелектронно противодействие.

Литература:

[1]. Борисов, Ю. П. Математическое моделирование радиосистем. М. Сов. радио, 1976.

[2]. Быков, В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М. Сов. радио, 1971

[3]. Вакин С.А., Шустов Л.Н. Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки. М. Сов. радио, 1968.

[4]. Гуткин Л.С., Борисов, Ю. П. Радиоуправление реактивнами снарядами и космически аппаратами М. Сов. радио, 1968.

[5]. Защита от помех Под. ред. Максимова М.В. М. Сов. радио, 1976.

[6]. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. Наука, 1974.

[7]. Леонов А.И и др. Моделирование в радиолокации. М. Сов. радио, 1970.

[8]. Максимов М.В. Горгонов Г.И Радиоэлектронные системы самонаведения. М. Радио и связь, 1982.

[9]. Перунов Ю.М, Фомичев К.И., Юдин Л.М. Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием, М.Радиотехника, 2003.

[10]. Тарасов В.Г. Межсамолетная навигация. М. Машиностроение, 1980.

[11]. S.A.Vakin, L.N.Shustov, Dunwell R.H. Fundamentals of Electronic Warfare, Artech House Radar Library ,UK, 2001.