



Понеже координатата  $x_{mi}$  на вектора  $X_i$  съдържа в себе си стойността на изменящия се в случайния образ яркост на отделните  $i$ -ти точки на изходното изображение, а вектора  $X_i$  съдържа случен М-мерен вектор. Той се характеризира със следната стойност:

$$(3) \quad m_X = E\{X_i\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i,$$

където символа  $E\{\cdot\}$  означава усредненото множество на  $i$  пиксела, а ковариационната матрица:

$$(4) \quad R_X = E\{(X_i - m_X)(X_i - m_X)^T\},$$

където символа Т е операцията транспониране. Аналогично за L мерния вектор за  $Y_i$  има средна стойност:

$$(5) \quad m_Y = E\{Y_i\} = E\{GX_i\} = GE\{X_i\} = Gm_X,$$

а ковариационната матрица:

$$(6) \quad R_Y = E\{(Y_i - m_Y)(Y_i - m_Y)^T\} = E\{(GX_i - Gm_X)(GX_i - Gm_X)^T\} = GR_X G^T.$$

В зависимост от целите на вторичната обработка съществуват различни методи за избор на матрица G за линейното преобразование (2). Ще се обърне внимание на това, че по правило, изходните изображения се оказват корелирани. Това се обяснява с наличието на област със стабилни свойства и допълнителни специфични, изменящи се детайли. Подобни особености могат да бъдат разделени, ако матрицата G се избере така, че при преобразуването, изображенията да станат некорелирани, а матрицата  $R_Y$  диагонална:

$$(7) \quad R_Y = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_L \end{pmatrix},$$

където  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$  са някакви числа.

В рамките на даденото разглеждане, при избора на L е достатъчно да се ограничи ситуацията, когато  $L = M$ , а матрицата G се оказва квадратна. Както ще се види по късно, когато се увеличава L - информацията, която се получава при вторична обработка на изображението, силно се понижава.

В такъв случай, задачата за избор на G се свежда до решаването на проблема за диагонализация на матрицата  $R_X$ , така че на свой ред се съставя задача, която намира собствените стойности и собствените вектори на матрицата  $R_X$  [1]. Под собствен вектор на някаква матрица A се подразбира вектор Z, който удовлетворява уравнението:

$$(8) \quad AZ = kZ,$$

където  $k$  е число, което съответства на вектор Z и се явява едно от собствените числа на матрицата A.

Количеството собствени числа и вектори определят нейния вид. В теорията за матриците е показано, че за симетрична матрица, собствените числа трябва да са действителни, а собствените вектори ортогонални [2]. Поради което се избират собствени вектори на симетричната матрица  $R_X$  в качеството на ред от матрицата G, като се стига до диагонализация на  $R_Y$  от съотношението (6), където числата  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$ , са разположени на нейният главен диагонал и се оказват равни на съответстващите собствени стойности на собствените вектори.

Процедурата по намиране на собствените вектори предполага два етапа. В началото се намират собствените стойности на  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$  на матрицата  $R_X$ , която се намира чрез решаване на уравнението:

$$(9) \quad \det(R_X - \lambda I) = 0,$$

където I е единична матрица.

За това се определя собствения вектор  $H_1, H_2, \dots, H_M$  и се решава система от матрични уравнения:



Съществува разновидност на МГК, когато собствения вектор се изчислява с ковариационна или корелационна матрица, получена по някакви си части от изходното изображение. Обобщение на тази разновидност се явява прилагането на притегляща функция при отчитането на корелационните коефициенти [7].

Възможен вариант на МГК при обучение е, когато собствения вектор се определя по някакво еталонно изображение.

Така както коефициентите, които са изчислени чрез формулите (4) и (12), представляват случайни числа, то е възможно да възникне аномално изхвърляне, обуславящо не големи количества отделни пиксели в изходното изображение. Методите за борба с тези ефекти са прилагането на итеративни алгоритми, които са основани на изключване на такива „неправилни“ пиксели [8]. особеностите при формирането на главните компоненти при наличие на шум са разгледани в [9].

МГК може да се използва в система за отразяване. В случая силната корелация на данните от различните източници често основната част от информацията се съдържа в първите три главни компонента. Тогава те е възможно да бъдат отразени на дисплея чрез три цветни канала при формирането на псевдоцветно изображение. Този метод може да бъде също използван за свиване на данни [3,10,11], което е полезно при тяхната регистрация или предаване, когато се предават само главните компоненти, в които е съсредоточена основната част от информацията. МГК е перспективен при разкриване на различия между отделни изображения. Той заема особено място при съвместяване на изображенията, получени от различни източници с различни разрешения [12-14].

Освен МГК съществуват и други способности за избор на матрица  $G$  при линейно преобразуване (2). В метода на независимите компоненти МНК (ICA-independent component analysis), матрицата за преобразуване се избира така, че минимизирането на функцията на загубите, зависи само от коефициентите от трети и четвърти ред. Нейните елементи се намират чрез градиентен метод. Ако МГК формира компонентите като некоригирани, то МНК ги прави по възможност независими. Методът МНК позволява да отделят редица характерни особености в изображението [15-18].

Съвместната линейна обработка с коефициентна матрица, избрана в съответствие с МГК се използва при обработката на многоканални изображения.

Целесъобразна е бъдещата употреба на МГК за откриване и разпознаване на конкретни обекти при обработката на данни от многоканално дистанционно сондиране.

#### Литература

1. М а ш и н а А.П., И. В. П р о с к у р я к о в. Высшая алгебра. М.: Физматгиз, 1962.
2. К у р а ш А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Физматгиз, 1962.
3. R e a d y P.J., P. A. W i n t z. // IEEE Trans.1973. V. COM-21. №10. P. 1123.
4. F u n g T., E. L e D r e w. // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. 1987. V. 53. №12. P. 1649.
5. J a c k s o n J.E. A User's Guide to Principal Components. N.Y.: John Wiley & Sons, 1991.
6. R i c h a r d s J.A. Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction. B.: Springer, 1993.
7. C h e n g Q. // Records Proc. IGARSS'02. Toronto, Canada. 24-28 June, 2002. Piscataway NJ, USA: IEEE, 2002. CD-ROM.
8. N i e m e y e r I., M. C a n t y, D. K l a u s. // Proc. IGARSS'1999. Hamburg, Germany. 28 June-2 July, 1999. Piscataway NJ, USA: IEEE, 1999. P.327.
9. C h e n g C.-I., Du Q. // IEEE Trans. 1999. V. GRS-37. №5. P. 2387.
10. L i m S., K.H. S o h n., C. L e e. // Proc. IGARSS'01. Sydney, Australia. 9-13 July, 2001. Piscataway NJ, USA: IEEE, 2001. P.97.
11. У с п е н с к и й А.Б., С.В. Р о м а н о в, А.Н. Т р о ц е н к о. // Исслед. Земли из космоса. 2003. №3. С. 26.
12. T a p l e y B. D., C r a w f o r d M. M., T. H o w a r d, D. K e i t h e t a l. // Proc. IGARSS'01. Sydney, Australia. 9-13 July, 2001. Piscataway NJ, USA: IEEE, 2001. P.824.
13. T s e n g D.-C., Y.-L. C h e n, M. S. C. L i u // Ibid. P. 1956.
14. Z h a n g Y. A. // Proc. IGARSS'02. Toronto, Canada. 24-28 June, 2002 Piscataway NJ, USA: IEEE, 2002. P.2429.
15. C h e n C. H. // Ibid. P. 1032.
16. L e e T. W. Independent Component Analysis: Theory and Applications. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.
17. C h e n C. H., X. Z h a n g // Proc. IGARSS'00. Honolulu, Hawaii. 24-28 July, 2000. Piscataway NJ, USA: IEEE, 2000. P.2620.
18. C h i a n g S.-S., C h e n g C.-I., I. W. G i n s b e r g. // Ibid. P. 3136.